

18 Une propriété de la soustraction

Si le sens de la soustraction est généralement bien installé chez les élèves de CM1, rendant le recours aux schémas moins nécessaire que dans les classes précédentes, la compréhension de l'opération est plus problématique.

L'utilisation des retenues dans la technique usuelle reste mystérieuse tant que l'élève n'a pas bien maîtrisé :

- le système de numération
- le théorème : « La différence ne change pas quand on ajoute un même nombre aux deux termes. »

Nous avons étudié la numération dans les chapitres antérieurs, l'élève qui hésite encore pourra s'y référer (chapitre 1 et 16), les exercices suivants visent à obtenir la maîtrise du théorème et la compréhension du mécanisme de la retenue.

1 – a) Ajoute un même nombre aux deux termes.

exemple : 24 et 41 à (24+2) et (41+2) à 26 et 43

47 et 62 72 et 39 17 et 105

50 et 28 163 et 46 19 et 92

par exemple :

47 et 62 52 et 67 (+5)

72 et 39 80 et 47 (+8)

17 et 105 21 et 109 (+4)

50 et 28 72 et 50 (+22)

163 et 46 164 et 47 (+1)

19 et 92 21 et 94 (+2)

b) Ajoute un même nombre aux deux termes de façon que le terme le plus petit soit un nombre rond.

exemple : 24 et 41 à (24+6) et (41+6) à 30 et 47

134 et 97 452 et 388 723 et 875

600 et 481 349 et 584 253 et 97

134 et **97** 137 et 100 (+3)

452 et **388** 454 et 490 (+2)

ou 464 et 500 (+12)

723 et 875 730 et 882 (+7)

800 et 952 (+77)

600 et **481** 609 et 490 (+9)

ou 619 et 500 (+19)

349 et 584 350 et 585 (+1)

ou 400 et 635 (+51)

253 et **97** 256 et 100 (+3)

Remarque : l'exercice a) vérifie seulement la compréhension du mot « terme ». Toute réponse correcte est admise.

Dans l'exercice b) il convient déjà de trouver le plus petit des deux nombres. Omettre cette recherche de routine conduit à des erreurs de calcul dans les opérations posées (au stade où nous en sommes, la soustraction n'est pas une opération symétrique et il n'est pas possible de soustraire un grand nombre d'un petit).

Le choix du nombre est contraint, cependant une marge de liberté reste, on peut donner soit des arrondis à la centaine près, soit des arrondis à la dizaine près.

Le choix d'arrondir le plus petit des deux nombres n'est pas innocent. Avec un nombre rond, la différence entre les deux nombres se calcule facilement :

134 et 97 la différence n'apparaît pas clairement.

137 et 100 la différence est 37.

2 - Calcule la différence des deux nombres ; ajoute un même nombre à chacun, puis calcule la différence des deux nouveaux nombres.

exemple : 21 et 44 à $44 - 21 = 23$

(21+3) et (44+3) à 24 et 47 à $47 - 24 = 23$

69 et 83 94 et 51 39 et 127

70 et 18 153 et 67 59 et 81

$$\begin{array}{ll} 69 \text{ et } 83 & 71 \text{ et } 85 \\ 83 - 69 = 14 & 85 - 71 = 14 \end{array} \quad (+2)$$

$$\begin{array}{ll} 94 \text{ et } 51 & 100 \text{ et } 57 \\ 94 - 51 = 43 & 100 - 57 = 43 \end{array} \quad (+6)$$

$$\begin{array}{ll} 39 \text{ et } 127 & 43 \text{ et } 131 \\ 127 - 39 = 86 & 131 - 43 = 86 \end{array} \quad (+4)$$

$$\begin{array}{ll} 70 \text{ et } 18 & 80 \text{ et } 28 \\ 70 - 18 = 52 & 80 - 28 = 52 \end{array} \quad (+10)$$

$$\begin{array}{ll} 153 \text{ et } 67 & 168 \text{ et } 82 \\ 153 - 67 = 86 & 168 - 82 = 86 \end{array} \quad (+15)$$

$$\begin{array}{ll} 59 \text{ et } 81 & 60 \text{ et } 82 \\ 81 - 59 = 22 & 82 - 60 = 22 \end{array} \quad (+1)$$

Remarque le théorème :

« La différence ne change pas quand on ajoute un même nombre aux deux termes. » est vérifié.

3 - Calcule la différence des deux nombres ;

ajoute le nombre indiqué à chacun, puis calcule la différence des deux nouveaux nombres.

exemple : (+1) ; 43 et 19 à $43 - 19 = 24$
 (43+1) et (19+1) à $44 - 20 = 24$

$$\begin{array}{ll} (+3) ; 82 \text{ et } 37 & 85 \text{ et } 40 \\ 82 - 37 = 45 & 85 - 40 = 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} (+5) ; 72 \text{ et } 25 & 77 \text{ et } 30 \\ 72 - 25 = 47 & 77 - 30 = 47 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} (+8) ; 156 \text{ et } 112 & 164 \text{ et } 120 \\ 156 - 112 = 44 & 164 - 120 = 44 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} (+1) ; 91 \text{ et } 59 & 92 \text{ et } 60 \\ 91 - 59 = 32 & 92 - 60 = 32 \end{array}$$

On remarque que les calculs sont plus aisés lorsque le petit nombre est un nombre rond.

$$4 - \quad \quad \quad 692 ; 147$$

a) Calcule la différence des ces deux nombres.

b) Écris dix couples de nombres obtenus en ajoutant 1 à chacun des termes :
 (693 ; 148) ;

c) Parmi les couples de nombres ci-dessus, souligne ceux dont la différence se calcule sans utiliser de retenue.

$$a) 692 - 147 = 545$$

b) et c)

$$692 \quad 147 \quad 692 - 147 = 545$$

$$693 \quad 148 \quad 693 - 148 = 545$$

$$694 \quad 149 \quad 694 - 149 = 545$$

$$\underline{695} \quad \underline{150} \quad 695 - 150 = \mathbf{545}$$

$$\underline{696} \quad \underline{151} \quad 696 - 151 = \mathbf{545}$$

$$\underline{697} \quad \underline{152} \quad 697 - 152 = \mathbf{545}$$

$$\underline{698} \quad \underline{153} \quad 698 - 153 = \mathbf{545}$$

$$\underline{699} \quad \underline{154} \quad 699 - 154 = \mathbf{545}$$

$$700 \quad 155 \quad 700 - 155 = 545$$

$$701 \quad 156 \quad 701 - 156 = 545$$

Dans le cas des couples de nombres soulignés, l'absence de retenue rend le calcul manuel de la soustraction plus aisé. Pour qu'il n'y ait pas de retenue, il faut que chacun des chiffres du plus petit des nombres ait une valeur inférieure à la valeur du chiffre correspondant du plus grand des nombres.

5 - Trouve le nombre qu'il faut ajouter à chacun des deux termes pour que la différence soit plus facile à calculer. Effectue le calcul.

$$63 \text{ et } 28 \quad 92 \text{ et } 37 \quad 165 \text{ et } 46 \quad 90 \text{ et } 39$$

$$63 \text{ et } 28 \quad (+2) \quad 65 - 30 = 35$$

$$92 \text{ et } 37 \quad (+3) \quad 95 - 40 = 55$$

$$165 \text{ et } 46 \quad (+4) \quad 169 - 50 = 119$$

$$90 \text{ et } 39 \quad (+1) \quad 91 - 40 = 51$$

6°- Détermine la quantité à ajouter pour calculer la différence sans utiliser la retenue.

Exemples :

- a) $(453 ; 228) \rightarrow 453 - 228 \rightarrow (+2) \rightarrow 455 - 230$
 b) $(268 ; 453) \rightarrow 453 - 268 \rightarrow (+32) \rightarrow 485 - 300$

$(621 ; 319)$	$(546 ; 328)$
$(192 ; 871)$	$(250 ; 535)$
$(324 ; 156)$	$(507 ; 644)$
$(857 ; 99)$	$(163 ; 741)$

$(621 ; 319)$	(+1)	$622 - 320 = 302$	$621 - 319 = 302$
---------------	------	-------------------	-------------------

$(546 ; 328)$	(+2)	$548 - 330 = 218$	$546 - 328 = 218$
---------------	------	-------------------	-------------------

$(192 ; 871)$	(+8)	$879 - 200 = 619$	$871 - 192 = 619$
---------------	------	-------------------	-------------------

$(250 ; 535)$	(+50)	$585 - 300 = 285$	$535 - 250 = 285$
---------------	-------	-------------------	-------------------

$(324 ; 156)$	(+44)	$368 - 200 = 168$	$324 - 156 = 168$
---------------	-------	-------------------	-------------------

$(507 ; 644)$	(+93)	$737 - 600 = 137$	$644 - 507 = 137$
---------------	-------	-------------------	-------------------

$(857 ; 99)$	(+1)	$858 - 100 = 758$	$857 - 99 = 758$
--------------	------	-------------------	------------------

$(163 ; 741)$	(+37)	$778 - 200 = 578$	$741 - 163 = 578$
---------------	-------	-------------------	-------------------

Remarque : L'examen du seul chiffre des unités n'est pas suffisant pour conclure à l'absence de retenue (elle peut apparaître aussi au rang des dizaines).

7 – Décompose chaque nombre de deux façons comme dans les exemples :

$$763 = 700 + 60 + 3 = 600 + 160 + 3$$

$$763 = 700 + 60 + 3 = 700 + 50 + 13$$

$$856 = 800 + 50 + 6 = 700 + 150 + 6$$

$$934 = 900 + 30 + 4 = 800 + 130 + 4$$

$$241 = 200 + 40 + 1 = 100 + 140 + 1$$

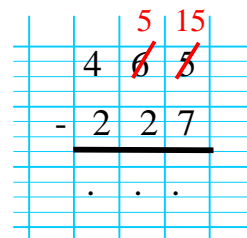
$$510 = 500 + 10 = 400 + 110$$

$$609 = 600 + 9 = 500 + 109$$

8 – Observe les décompositions du couple de nombres, vérifie qu'elle est valide et calcule la différence :

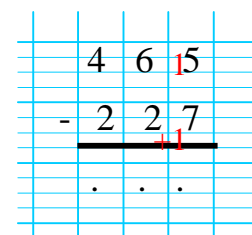
$$(465 ; 227) \leftrightarrow (400 + 50 + 15 ; 227)$$

On déplace une dizaine à l'intérieur d'un nombre.



$$(465 ; 227) \leftrightarrow (400 + 60 + 15 ; 200 + 30 + 7)$$

On ajoute une dizaine à chaque terme.



Calcule de même des deux façons :

$$453 - 128 =$$

a) $400 + 40 + 13 ; 100 + 20 + 8 = 325$

on déplace une dizaine dans le plus grand des nombres.

b) $400 + 50 + 13 ; 100 + 30 + 8 = 325$

chaque nombre est augmenté de dix.

$$627 - 254 =$$

a) $500 + 120 + 7 - 254 = 373$

on déplace une centaine dans le plus grand des nombres.

b) $600 + 120 + 7 + 354 = 373$

chaque nombre est augmenté de cent.

$$843 - 156 =$$

a) $700 + 130 + 13 - 156 = 687$

on déplace une centaine et une dizaine dans le plus grand des nombres.

b) $800 + 140 + 13 - 266 = 687$

chaque nombre est augmenté de cent dix.

$$765 - 555 =$$

a) $700 + 60 + 5 - 555 = 110$

Il n'y a pas de retenue.

Remarque : cet exercice propose deux techniques de soustraction en parallèle, l'une basée sur la décomposition et le déplacement interne des valeurs, l'autre exploitant le théorème cité dans la leçon : la différence ne

change pas quand on ajoute un même nombre aux deux termes.

9 - a) Écris, sans calcul, le résultat de $100 - 1$.
Retrouve ce résultat en effectuant des calculs comme dans l'exercice précédent.

b) Calcule de même le résultat de $1\ 000 - 1$.

a) $100 - 1$

$$90 + 10 - 1 = 99$$

$$100 + 10 - 11 = 99$$

b) $1\ 000 - 1$

$$900 + 90 + 10 - 1$$

$$1\ 000 + 100 + 10 - 111$$